Методика расчета вероятности изменения ключевой ставки из котировок фьючерсов на RUONIA

Срочный рынок Московской Биржи

2017

Обозначения

Пусть:

- $f(m)$-котировка фьючерса в месяце m
- $R(m) = 100 - f(m)$ – средняя ожидаемая RUONIA в месяце m
- $KR(m)$ – средняя ключевая ставка в месяце m
- $LF(m)$ – фактор ликвидности в месяце m – разница между ключевой ставкой и средней RUONIA за месяц. Будет положительным в случае структурного профицита ликвидности и отрицательным в случае структурного дефицита
- S – дискретность изменения ставки ЦБ. В текущих условиях составляет 0,25%

Закономерности по заседаниям ЦБ

Заседания ЦБ проводятся:

- 1 раз в 6-7 недель (1 раз в полтора месяца)
- По пятницам
- В большинстве случаев - в конце месяца или в середине месяца

Поэтому:

- Если заседание в конце месяца M, то следующее заседание – в середине месяца M+2, поэтому решение по ставке целиком учитывается в котировке фьючерса M+1

- Если заседание в середине месяца M, то в следующее заседание
    - Либо в конце месяца M+1
    - Либо в начале месяца M+2

  Решение по ставке почти полностью учитывается в котировке фьючерса M+1

- Если заседание в начале месяца M, то решение по ставке учитывается почти полностью в котировке фьючерса M

Время расчета и используемые цены

Вероятности рассчитываются каждый день в 11:30 исходя из котировок фьючерсов – средней цены между лучшей ценой спроса и предложения (mid-price) на этот момент времени.

Алгоритм расчета вероятностей

1. Определяем фьючерсные контракты, котировки которых наиболее полно отражает ставку ЦБ после заседания:
    a. Если заседание в середине или в конце месяца M, то берем фьючерс за M+1 месяц
    b. Если заседание в начале месяца M (первая неделя), то берем фьючерс за M месяц

Котировка фьючерса на RUONIA =100 - средняя ожидаемая ставка RUONIA за торговый месяц

2. Рассчитываем ожидаемую разницу между ключевой ставкой и ставкой RUONIA (фактор ликвидности)
   См. приложения

3. Рассчитываем ожидаемой изменение ключевой ставки после каждого из заседаний

Месяц	$\boldsymbol{m_1}$	$\boldsymbol{m_2}$	$\boldsymbol{m_3}$	$\boldsymbol{m_4}$
Ставка после заседания	R_1	R_2	R_3	R_4
Ставка до заседания		R_1	R_2	R_3
Ожидаемое изменение ставки		$R_2 - R_1$	$R_3 - R_2$	$R_4 - R_3$

Считая, что фактор ликвидности в будущих периодах одинаковый, получим, что ожидаемое изменение ключевой ставки равно ожидаемому изменению средней RUONIA

$$\Delta_i = KR_{i+1} - KR_i = R_{i+1} - R_i \text{ , если } i \geq 2$$

$$\Delta_1 = R_1 + LF - KR_0$$

4. Определяем возможные изменения ставки после каждого из заседаний

Это границы интервала, в который попадает каждое из ожидаемых изменений, с учетом дискретности изменения ставки. Т.е. есть две возможности изменения ставки на каждом из заседаний $\Delta_i \in [\Delta_i^-, \Delta_i^+]$

$\Delta_i^- = \left\lfloor \frac{\Delta_i}{S} \right\rfloor \cdot S$, где $\lfloor \cdot \rfloor$ - округление снизу

$\Delta_i^+ = \left\lceil \frac{\Delta_i}{S} \right\rceil \cdot S \text{ , } где \lceil \cdot \rceil$ - округление сверху

5. Определяем вероятности каждого из двух исходов после каждого заседания

$$p_i^- = 1 - \frac{(\Delta_i - \Delta_i^-)}{S}$$

$$p_i^+ = 1 - \frac{\Delta_i^+ - \Delta_i}{S}$$

6. Строим бинарное дерево возможных изменений значений ставки

1-ое заседание	**2-ое заседание**	**3-е заседание**
		$\Delta_3^-(p_3^-)$
	$\Delta_2^-(p_2^-)$	$\Delta_3^+(p_3^+)$
$\Delta_1^-(p_1^-)$		
	$\Delta_2^+(p_2^+)$	$\Delta_3^-(p_3^-)$
		$\Delta_3^+(p_3^+)$
		$\Delta_3^-(p_3^-)$
	$\Delta_2^-(p_2^-)$	$\Delta_3^+(p_3^+)$
$\Delta_1^+(p_1^+)$		
	$\Delta_2^+(p_2^+)$	$\Delta_3^-(p_3^-)$
		$\Delta_3^+(p_3^+)$

7. Рассчитываем безусловные вероятности каждого из возможных исходов на каждом из заседаний

$$\Delta(s_1, s_2, \dots, s_n) = \sum_{k=1}^{n} \Delta_k^{s_k}$$

$$p(s_1, s_2, \dots, s_n) = \prod_{k=1}^{n} p_k^{s_k}$$

Здесь $s_i \in \{-, +\}$, n – номер заседания

8. Суммируем вероятности по уникальным исходам

Множество **уникальных** исходов по суммарному изменению ставки для n –го заседания: $J_n = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m\}_{\neq}$, где для любого суммарного изменения δ_k найдется последовательность изменений ставок на каждом заседании $(s_1, \dots, s_n)$, такая что их сумма будет равна δ_k, т.е.

$$\delta_k = \Delta(s_1, s_2, \dots, s_n)$$

Вероятность каждого уникального исхода – сумма вероятностей по всем последовательностям изменений ставок на каждом заседании, приводящая к данному уникальному исходу δ_k:

$\pi_k = \sum_{(s_1,\dots,s_n)}\{p(s_1, s_2, \dots, s_n)$ | по всем $(s_1, s_2, \dots, s_n)$ таким, что $\delta_k = \Delta(s_1, s_2, \dots, s_n)\}$

Приложение. Расчет средней ожидаемой разницы между ключевой ставкой и ставкой RUONIA

Данную ожидаемую разницу можно вычислить из котировок фьючерсов.

Случай 1. Ближайшее заседание ЦБ – в конце месяца М

Котировка в месяц заседания отражает текущую ключевую ставку K_0 и ожидаемый фактор ликвидности, т.е.

$$R(M) = K_0 - LF$$

Отсюда фактор ликвидности равен

$$LF = K_0 - R(M)$$

Случай 2. Ближайшее заседание ЦБ – в середине месяца М

Котировка в месяце заседания отражает как текущую ключевую ставку K_0, следующую ключевую ставку K_1 и ожидаемый фактор ликвидности LF:

$$R(M) = \frac{(K_0 - LF) * d_0 + (K_1 - LF) * d_1}{d_0 + d_1}$$

В следующем месяце – заседаний нет (либо в конце), поэтому

$$R(M+1) = K_1 - LF$$

Отсюда

$$R(M) * (\mathrm{d}_0 + \mathrm{d}_1) = (\mathrm{K}_0 - \mathrm{LF}) * \mathrm{d}_0 + \mathrm{R}(\mathrm{M}+1) * \mathrm{d}_1$$

$$\mathrm{LF} = \mathrm{K}_0 - \frac{R(M) * (\mathrm{d}_0 + \mathrm{d}_1) - \mathrm{R}(\mathrm{M} + 1) * \mathrm{d}_1}{\mathrm{d}_0}$$

Случай 3. Ближайшее заседание ЦБ – в начале месяца М

В этом случае полагаем LF – это средняя разница между ключевой ставкой и RUONIA за последние 30 дней