

Ценообразование по фьючерсам

1. Текущая и форвардная цена облигации. Схождение текущей и форвардной цены при приближении экспирации.

Форвардная(фьючерсная) цена облигации позволяет зафиксировать стоимость облигации в будущем. Т.е. купить фьючерс – значит зафиксировать стоимость покупки облигации в будущем.

То же самое можно сделать с помощью РЕПО: сейчас покупаем облигацию, сразу отдаем её в РЕПО до экспирации – если дисконт нулевой, то и отвлечение будет нулевым. На дату экспирации мы должны заплатить по РЕПО, но за время владения облигацией нам пришел купон. Поэтому в результате мы уже сейчас фиксируем цену покупки в будущем, равную:

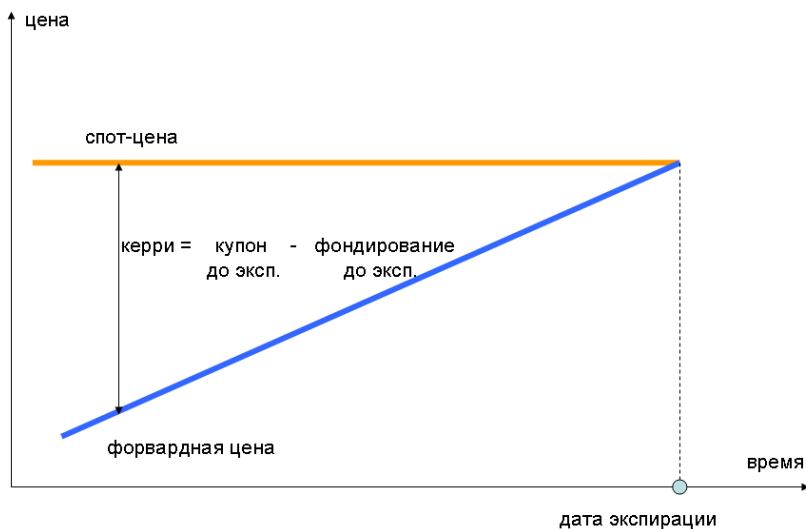
$$\text{Цена(форв.)} = \text{Цена(спот)} - (\text{Купон до экспирации} - \text{Фондирование до экспирации})$$

Т.е. в цену форварда входит купонный доход до экспирации.

Разница между купонным доходом и стоимостью фондирования называется **керри**:

$$\text{Керри} = \text{Купон до экспирации} - \text{Фондирование до экспирации}$$

При приближении даты экспирации керри уменьшается до 0 – имеем схождение спотовой и форвардной цены.



В случае неивнертированной кривой доходности, керри – разница между купонным доходом и стоимостью фондирования, будет положительным – и форвард будет в бэквордации к споту – т.е. растет с течением времени.

Пример

Рассчитаем форвардную цену по ОФЗ 26204 на 7 февраля 2013 при исполнении форварда 5 марта 2013:

Цена спот (на 07.02.2013) = 106.15

НКД (на 07.02.2013) = 2.877

Цена грязная = Цена спот + НКД = 109.027

Дней до экспирации = 05.03.2013 – 07.02.2013 = 26 дней

РЕПО(на 26 дней) = 5.8%

Купон = 7.5%

Купонный доход до экспирации = 7.5% * 26/365 = 0.53

Фондирование до экспирации = 109.027 * 5.8% * 26/365 = 0.45

Тогда форвардная цена = 106.15 – (0.53 – 0.45) = 106.07

2. Как из цен облигаций в корзине рассчитать справедливую цену фьючерса?

Наиболее простой путь для расчета цены фьючерса – считать его форвардом на корзину.

При поставке продавец фьючерса получит

цену фьючерса * конв. кфц + НКД

для поставляемой бумаги. Выгодней всего ему будет поставить бумагу, по которой он меньше теряет при поставке - разницу между ценой облигации на споте и ценой из фьючерса:

$$P_i - F \cdot CF_i \longrightarrow \min_i$$

Поэтому на дату поставки цена фьючерса равна минимальной из спотовых цен, деленных на конверсионный кфц – иначе будет возможна арбитражная прибыль:

$$F = \min_i \frac{P_i}{CF_i}$$

По аналогии, до даты поставки цена фьючерса должна быть равна минимуму из форвардных цен/конверсионный кфц(*):

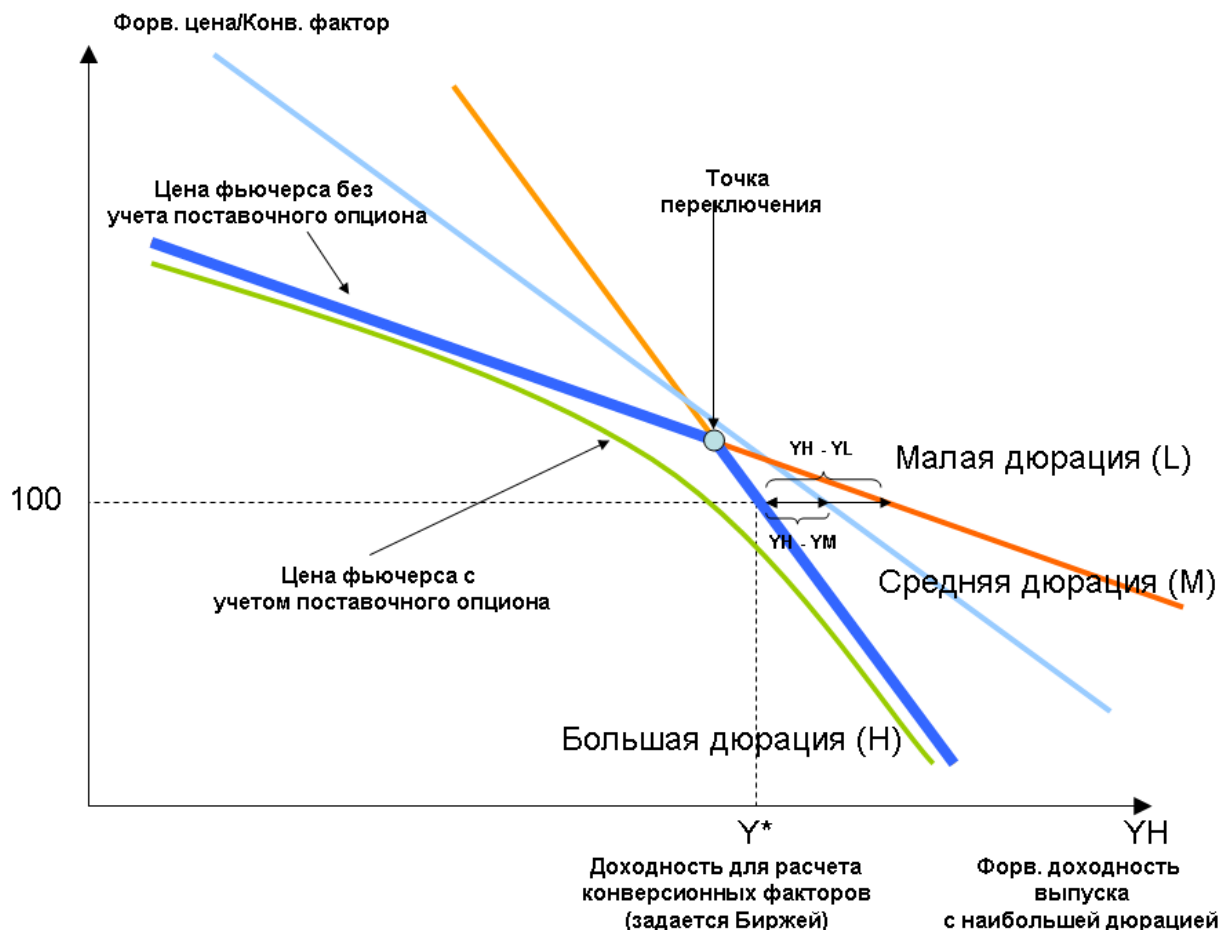
$$F = \min \left(\frac{P_1^{fwd}}{CF_1}, \frac{P_2^{fwd}}{CF_2}, \dots, \frac{P_n^{fwd}}{CF_n} \right)$$

Для расчета форвардных цен мы должны знать как цены спота, так и ставку РЕПО до экспирации.

*На самом деле цена фьючерса еще зависит от вероятности изменения выпуска CTD – по которому идет ценообразование контракта. До экспирации контракта выпуск CTD может

поменяться и продавец заработает дополнительную прибыль, обменяв старый выпуск CTD на новый выпуск CTD и поставившись им. Т.е. продавец контракта владеет опционом выбора бумаги и это право должно стоить определенных денег:

$$F = \min (P_{fwd_1}/CF_1, P_{fwd_2}/CF_2, P_{fwd_3}/CF_3) - [\text{Стоимость опциона выбора бумаги}]$$



На рисунке показаны графики сконвертированных форвардных цен (форвардных цен, деленных на конверсионный фактор) в зависимости от форвардной доходности облигации с наибольшей дюрацией Y_h . Здесь Y^* - доходность для расчета конверсионных факторов.

Видим, что график для облигации с наибольшей дюрацией проходит через точку $(Y^*, 100)$, т.к. если конверсионный фактор – чистая цена на дату поставки при заданном уровне доходности Y^* . Цена фьючерса – нижняя огибающая графиков сконвертированных форвардных цен. Точка переключения – точка, где меняется наилучшая к поставке бумага.

Цена фьючерса не может быть больше этой цены – иначе возникает арбитражная прибыль при продаже фьючерса и покупке облигации (CTD). Но цена фьючерса может быть меньше нижней огибающей, если находимся вблизи «точки переключения» - т.к. есть большая вероятность изменения CTD бумаги (и возможности для заработка для держателя короткой позиции).

Пример

Пусть хотим рассчитать цену шестилетнего фьючерса на 7 февраля 2013

Выпуск	Конв. фактор
ОФЗ 26204	0.9742
ОФЗ 26208	0.9704

Сначала рассчитываем форвардные цены облигаций:

Цена форв (ОФЗ 26204) = 106.07 (см. выше)

Цена форв (ОФЗ 26208) = 105.57

Делим полученные цены на конв. фактор

Конв. цена форв (ОФЗ 26204) = $106.07 / 0.9742 = 108.88$

Конв. цена форв (ОФЗ 26206) = $105.57 / 0.9704 = 108.79$

Отсюда цена фьючерса = $\text{МИН}(108.88, 108.79) = 108.79$, или 10879 руб.

И самый дешевый выпуск к поставке – ОФЗ 26206.

3. Цену какой/каких облигаций из корзины отражает цена фьючерсного контракта? Как определить наиболее дешевую бумагу для поставки («cheapest-to-deliver»)?

Хотя базовым активом является корзина, в любой момент времени фьючерс отслеживает цену только одной облигации – которой экономически наиболее выгодно поставить продавцу контракта. Эту облигацию называют «наиболее дешевой к поставке» (cheapest-to-deliver, сокр. CTD).

При поставке продавец получит от покупателя цену, рассчитываемую из цены фьючерса:

$$P_i(\text{Fut}) = F * CF_i$$

Сама бумага на рынке на рынке может стоить при этом $P_i(\text{Spot})$.

Самая выгодная бумага для продавца – это та бумага, где он больше зарабатывает(меньше теряет) при поставке, т.е. с максимальной разницей между тем, что он получит и тем, что он заплатит:

$$P_i(\text{Fut}) - P_i(\text{Spot}) \rightarrow \max$$

Это будет бумага с минимальным отношением $P_i(\text{Spot})/CF_i$ – её цены и конверсионного фактора (Если бы не было конверсионных факторов, то выбрали бумагу с минимальной ценой).

Чтобы не возникло арбитража, на дату поставки цена фьючерса должна быть равна отношений спот цен и конверсионных факторов $P_i(\text{Spot})/CF_i$, т.е.

$$F = \min(P_1/CF_1, P_2/CF_2, \dots, P_n/CF_n).$$

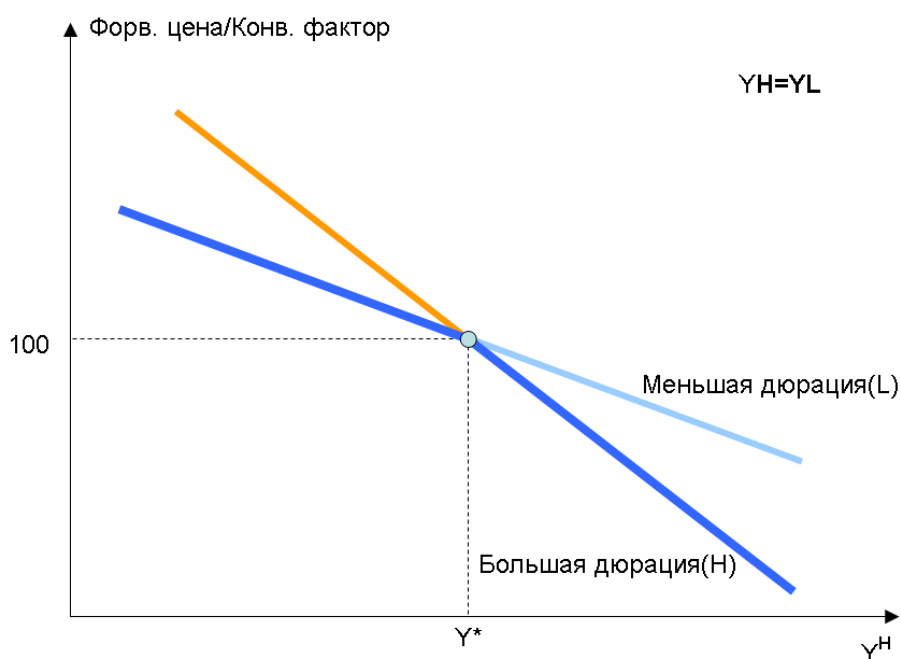
Наилучшая к поставке бумага на дату поставки - бумага с минимальным соотношением цены на споте к конверсионного фактора $P_i(\text{Spot})/CF_i$.

Аналогично до даты поставки цена фьючерса равна минимуму форвардных цен облигаций в корзине и наилучшая к поставке(CTD) – бумага с минимальным соотношением $P_i(\text{Fwd})/CF_i$, где $P_i(\text{Fwd})$ – форвардная цена облигации. $P_i(\text{Fwd})/CF_i$ называют конвертированной форвардной ценой.

4. Может ли за время обращения контракта поменяться выпуск CTD (наилучший к поставке)?

Наилучшая к поставке бумага может поменяться за период обращения контракта:

- За счет изменения уровня процентных ставок;
- За счет изменения наклона кривой в участке облигаций, которые есть в корзине.



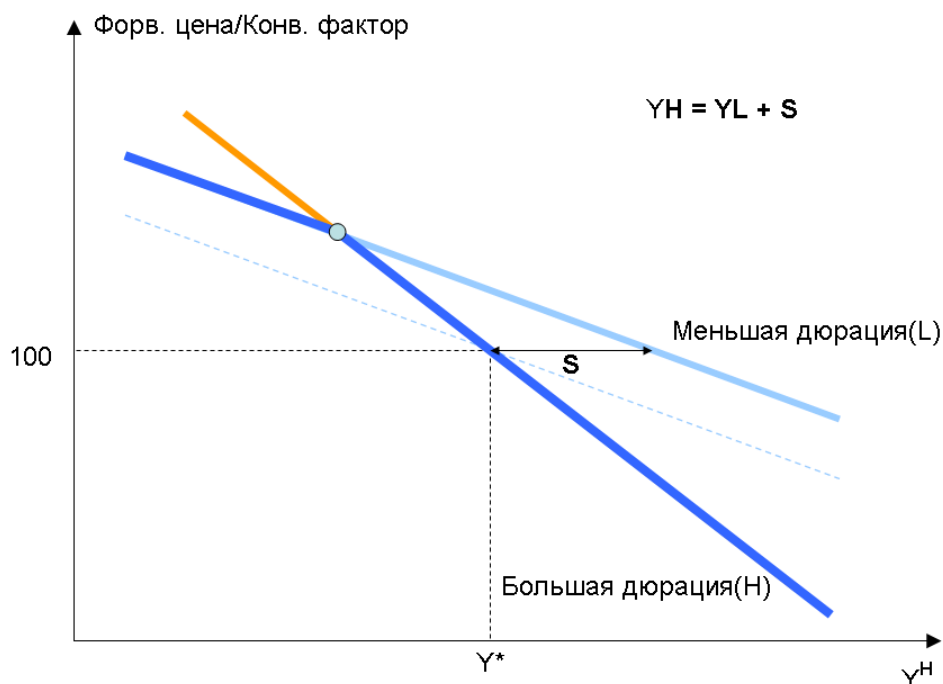
На рисунке приведены графики зависимости сконвертированной форвардной цены от форвардной доходности в случае плоской кривой. В корзине два выпуска. Y^* - доходность для расчета конверсионных факторов. Напомним, что конверсионный фактор – чистая цена облигации на дату поставки при заранее заданном уровне доходности). Если форвардные доходности Y^H и Y^L доходности равны Y^* , то тогда цена форварда на корзину будет равна 100% от номинала (т.к. отношение форвардных цен и конверсионных факторов будет равно 1) – т.е. графики сконвертированных цен будут пересекаться при $Y^H = Y^*$.

- Если $Y^H < Y^*$, то наилучшей к поставке будет бумага с наименьшим наклоном (наименьшей сконвертированной дюрацией)

- Если $Y_H > Y^*$, то наилучшей к поставке будет бумага с наибольшим наклоном (наибольшей сконвертированной дюрацией).

Пусть теперь спред между выпусками расширился, т.е. $Y_H = Y_S + S$. Тогда график сконвертированной цены по выпуску с меньшей дюрацией сдвинется вправо на S – точка переключения CTD выпуска сдвинется влево.

Видим, что при увеличении спреда между бумагами CTD с большей вероятностью будет выпуск с большей дюрацией, а при уменьшении спреда – выпуск с меньшей дюрацией.



5. От чего зависит цена фьючерса на корзину облигаций?

Цена фьючерса определяется двумя параметрами:

- ценой спота
- ставкой фондирования(РЕПО) до экспирации

Действительно,

$$\text{Цена фьючерса} = 1/CF(CTD) \times [\text{Цена CTD} - \text{Купон до эксп.} + \text{Фондирование до эксп.}]$$

Здесь CTD – облигация, наилучшая к поставке, Цена CTD – цена(чистая) наилучшей облигации к поставке, Купон до экспирации – купонный доход по CTD до экспирации, Фондирование до эксп. – стоимость фондирования CTD до экспирации, $CF(CTD)$ – конверсионный фактор для наилучшей облигации к поставке.

Причем цена спота имеет определяющую роль. Зависимость от ставки РЕПО уменьшается с приближением даты экспирации. Насколько чувствительна цена фьючерса к изменению цены спота и ставки РЕПО?

- Цена фьючерса имеет такую же чувствительность, как и цена спота – т.е. при изменении цены спота на 10 бп и цена фьючерса должна измениться примерно на 10 бп
- Чувствительность к ставке РЕПО убывает с приближением экспирации фьючерса и равна $[\text{Изменение ставки РЕПО}] \times [\text{Срок до экспирации}]$, т.е. если ставка РЕПО увеличится на 50 бп и до экспирации остается месяц, то цена фьючерса увеличится на $50 \text{ бп} \times 30/365 = 4 \text{ бп}$

Изменение цены фьючерса при изменении ставки длинного РЕПО в зависимости от срока до экспирации:

Дней до экспирации	Изменение цены фьючерса, бп	
	<i>Изменение ставки РЕПО</i>	
	<i>50бп</i>	<i>100бп</i>
90	12	25
75	10	21
60	8	16
45	6	12
30	4	8
15	2	4

6. Как посчитать синтетические ставки РЕПО по выпускам в корзине?(ставки размещения) Как понять, какая ставка РЕПО «защита» во фьючерсе (вмененную ставку РЕПО)?

Ставка синтетического РЕПО – это доходность при покупке облигации из корзины, продажи фьючерса и. поставке купленной бумаги. (Либо – это такая ставка РЕПО, при которой достигается безубыточность операции: покупка облигации, репование этой облигации под ставку безубыточности и поставка этой облигации по фьючерсу)

Пример

Пусть 7 февраля купили ОФЗ 26204 и продали фьючерс OFZ6-3.13.

Цена спот (на 07.02.2013) = 106.15

НКД (на 07.02.2013) = 2.877

Цена грязная = 106.15 + 2.877 = 109.027

Купон = 7.5%

Дней до экспирации = 05.03.2013 – 07.02.2013 = 26 дней

*Купонный доход до экспирации = 7.5% * 26/365 = 0.53*

Цена фьючерса (на 07.02.2013) = 10879

Конв. фактор по ОФЗ 26204 = 0.9742

*Цена поставки по ОФЗ 26204 = 10879 * 0.9742 * 0.01 = 105.983*

Итого в дату экспирации получим: 105.983 + 0.53 – 106.15 = 0.363

Доходность инвестиции в % годовых: 0.363/109.027*365/26 = 4.67%

Т.е. ставку размещения можно вычислить так:

$$\text{Ставка размещения} = \frac{\text{Цена фьючерса} * \text{Конв.фактор} - \text{Цена спот} + \text{Куп.доход}}{\text{Грязная цена}} \cdot \frac{365}{\text{Срок до экспирации}}$$

(Здесь мы не учитываем возможное реинвестирование промежуточного купона – но это дает малую погрешность)

Ставка РЕПО во фьючерсе – максимальная из синтетических ставок размещения по каждому выпуску из корзины – продавцу выгоднее всего будет поставить тот выпуск, который дает ему наибольшую доходность при покупке спота/продаже фьючерса

Пример

Посчитаем ставки, которые закладывает рынок на 13.02.2013 в котировки OF10-3.13.

Имеем:

- *OF10-3.13 10720 – 10730*

- ОФЗ 26205 106.95 – 107.05, конв. кфц 0.9967, Купон = 7.6%, НКД = 2.33
- ОФЗ 26209 107.04 - 107.14, конв. кфц 0.9964, Купон = 7.6%, НКД = 0.29

Дней до экспирации = 05.03.2013 – 13.02.2013 = 20 дней

Ставка по 26205 = $(10730 * 0.9967 * 0.01 - 107.05 + 7.6 * 20 / 365) / (107.05 + 2.33) * 365 / 20 = 5.21\%$

Ставка по 26209 = $(10730 * 0.9964 * 0.01 - 107.14 + 7.6 * 20 / 365) / (107.14 + 0.29) * 365 / 20 = 3.23\%$

Бумага, дающая максимальный доход при размещении – ОФЗ 26205, т.е. она является *cheapest-to-deliver*. И ставка РЕПО во фьючерсе равна **5.21%**

Т.е. купить фьючерс по оферу 10730 – то же самое, что купить ОФЗ 26205 по оферу 107.05, фондируясь под ставку 5.21%.

Знание данной ставки позволяет нам понимать:

- Какая ставка длинного РЕПО во фьючерсе
- Сравнивая ставку по CTD со своим фондированием, понимать, выгоднее делать покупать/продавать на споте или на фьючерсе.

7. Правильно ли я понимаю, что покупка фьючерса на ОФЗ – это то же самое, что и покупка ОФЗ?

Покупка фьючерса на ОФЗ – это то же самое, что купить ОФЗ, фондируясь через длинное РЕПО. Т.е. фьючерс – это альтернатива операций на споте.

8. Почему важно отслеживать базис? Гросс-базис и нет-базис

Базис показывает взаимосвязь между спот-рынком и фьючерсным рынком, позволяет сравнивать эти альтернативные варианты

Гросс-базис по выпуску в корзине – это разница между спот-ценой и ценой из фьючерса:

$$\text{Базис(гросс)} = \text{Цена спот} - \text{Цена фьючерса} \times \text{Конв. фактор}$$

По наилучшей к поставке облигации базис(гросс) сойдется к нулю на дату экспирации, иначе был бы возможен арбитраж. По другим выпускам базис будет положительным.

Нет-базис - это гросс-базис за вычетом керри по облигации (разницы купонного дохода и стоимости фондирования до экспирации).

Нет-базис показывает финансовый результат при следующей арбитражной операции: покупка облигации из корзины с помощью РЕПО, репование этой облигации до экспирации и продажи фьючерса (при продаже фьючерса поставляемся купленной облигацией).

Нет-базис по наилучшему выпуску к поставке(CTD) показывает, на сколько в базисных пунктах переоценен/недооценен фьючерс, есть ли арбитражные возможности – по сути это разница между справедливой форвардной ценой облигации и её ценой из фьючерса.

$$\text{Нет-базис} = \text{Базис} - \text{Керри}$$

Базис = Цена спот – Конв. кфц * Цена фьючерса

Керри = Купон до экспирации – Фондирование до экспирации

Нет-базис можно также трактовать как стоимость поставки по данному выпуску: продавец уже сейчас может купить выпуск с помощью РЕПО и продать фьючерс – при этом он заранее сможет сказать свой финансовый результат.

Облигация с наименьшим нет-базисом – наилучшая к поставке (CTD), т.к. имеет наименьшую стоимость поставки.

Пример

Пусть на 13 февраля 2013 имеем:

- OF10-3.13 стоит 10745
- ОФЗ 26205 стоит 107.05, конв. кфц 0.9967, Купон = 7.6%, НКД = 2.33
- ОФЗ 26209 стоит 107.01, конв. кфц 0.9964, Купон = 7.6%, НКД = 0.29
- ставка рыночного РЕПО 5.5%

Дней до экспирации = 05.03.2013 – 13.02.2013 = 20 дней

Керри(ОФЗ 26205) = $7.6 * 20 / 365 - (107.05 + 2.33) * 5.5\% * 20 / 365 = 0.0868$

Керри(ОФЗ 26209) = $7.6 * 20 / 365 - (107.01 + 0.29) * 5.5\% * 20 / 365 = 0.0931$

Базис(ОФЗ 26205) = $107.05 - 0.9967 * 10745 * 0.01 = -0.0454$

Базис(ОФЗ 26209) = $107.01 - 0.9964 * 10745 * 0.01 = -0.0531$

Нет-базис(ОФЗ 26205) = $-0.0454 - 0.0868 = -0.1322$

Нет-базис(ОФЗ 26209) = $-0.0531 - 0.0931 = -0.1462$

Видно, что ОФЗ 26209 - наилучший к поставке и фьючерс переоценен на 14.6 бп. (дает наименьшие потери продавца при поставке, по сути дает наибольшую прибыль) Арбитражер мог бы купить ОФЗ 26209, профондировав покупку через РЕПО под ставку 5.5% и продать фьючерс. Поставляясь этим выпуском, арбитражер получил бы прибыль 14.6 бп.

Т.е. если бы к нам пришли за офером по фьючерсам, и мы дополнительно хотели бы заработать 15 бп, то при спотовом офере по ОФЗ 26209 в 107.01 и фондировании в 5.5% мы бы выставили офер по фьючерсу в 10745.

9. Как определить CTD облигацию в корзине?

Наилучшая к поставке облигации – это та облигация в корзине, которая дает продавцу контракта наибольшую выгоду при поставке.

Существует несколько способов, чтобы определить CTD:

- Облигация с наибольшей вмененной ставкой РЕПО (irr, implied repo rate) – т.е. дающей наибольшую доходность продавцу при ее покупке и продаже фьючерса – по сути, позволяющей ему с максимальной выгодой разместить деньги
- Облигация с наименьшим нет-базисом – позволяющая зафиксировать минимальную стоимость поставки для продавца
- Облигация с наименьшей конвертированной ценой

Как правило, используется метод наибольшей вмененной ставки РЕПО, но данная ставка может быть достаточно волатильной при приближении к экспирации, при этом её влияние на цену фьючерса убывает с приближением. (например, за 30 дней до экспирации изменении ставки РЕПО на 60 бп соответствует всего 5 бп по цене, а за 15 дней до экспирации уже 120 бп по ставке РЕПО соответствует данному изменению)

Метод с наименьшим нет-базисом позволяет в терминах цены понять, насколько облигации к поставке отличаются друг от друга – используют практики.

Метод с наименьшей конвертированной ценой отражает принципы ценообразования фьючерса и является наиболее устойчивым/надежным.

10. Кто формирует ставку РЕПО, «защитую» во фьючерс?

Ставку РЕПО во фьючерсе формирует рынок. Маркет-мейкеры при котировании используют рыночную ставку РЕПО. В случае нерыночной ставки возник бы арбитраж и риск «забивания» лимитов по фьючерсной позиции.

Т.к. длинных ставок РЕПО нет, то используют

- 3m NDF минус некоторая дельта
- Ставку из длинного валютного свопа
- Некоторая премия над ставкой РЕПО ЦБ
- Вмененная ставка РЕПО (из котировок фьючерса и спота)