



Андрей АГАПОВ,
количественный аналитик
по деривативам БД «Открытие»,
agapov@open.ru



Максим ПОЗНЯК,
заместитель генерального ди-
ректора по вопросам технологий
БД «Открытие», pozniak@open.ru

Российский индекс волатильности: комментарии разработчиков

[Андрей АГАПОВ, Максим ПОЗНЯК, Кирилл ЗИМИН, Александр БАЛАБУШКИН]

До конца 2010 года биржа РТС планирует начать расчет и трансляцию нового для России индикатора фондового рынка – индекса волатильности РТС, получившего название RTSVX. Хотя общий экономический смысл данного показателя интуитивно понятен (размах ежедневных колебаний индекса РТС, приведенный к годовому выражению), методика его расчета является куда более сложной, чем, например, у обычного фондового индикатора. Поэтому мы решили посвятить статью подробному описанию выбранного подхода с пояснениями, почему на том или ином шаге построения было принято определенное решение, и, в частности, изложить причины, по которым было решено отказаться от прямого копирования международного «эталона» – индекса волатильности VIX Чикагской Опционной биржи CBOE.



Приступая к обсуждению столь нового для России продукта, как индекс волатильности, имеет смысл обратиться к истории инструмента. Первопроходцем в этой области стала Чикагская Опционная биржа CBOE, которая начала расчет индекса волатильности VIX еще в 1994 году. Однако в то время участники рынка слабо осознавали информационную сущность этого инструмента, да и применявшаяся методика была слишком примитивной. Кроме того, в основу VIX была положена подразумеваемая волатильность опционов на фьючерс на индекс S&P100, тогда как куда более известными и расторгнутыми являются фьючерсы на S&P500 и, соответственно, опционы на них. По этим причинам некоторое время VIX прозябал на задворках финансовой индустрии, не вызывая особого интереса.

Все изменилось на стыке 1990-х и 2000-х годов, когда сразу несколько коллективов авторов (см., например, [1] или [2]) опубликовали статьи, посвященные приведенной ниже формуле волатильности, «свободной от модели» (model-free volatility). Не менее важным оказалось и то, что один из коллективов представлял собой группу количественных аналитиков такого гиганта инвестиционной индустрии, как Goldman Sachs. Благодаря его содействию CBOE в 2003 году обновила методику расчета так, чтобы она стала использовать формулу свободной от модели волатильности, а в ее основе лежали опционы на фьючерс на индекс S&P500. Уже в следующем году биржа запустила фьючерсы на VIX, а в 2006-м приступила к торговле опционами на этот контракт. К настоящему времени в данную линейку также добавлены бинарные опционы (2008 год) и инструмент Exchange Traded Note, основанный на фьючерсах VIX и позволяющий инвестору удерживать позицию по волатильности на протяжении необходимого срока (2009 год).

Изменчивость как показатель

Что же представляет собой индекс волатильности? Как следует из названия, этот инструмент отражает каким-либо образом измеренную волатильность того или иного базового актива. При этом понятно, что для наличия спроса со стороны участников

рынка сам базовый инструмент должен представлять интерес для наиболее широкого круга трейдеров. Поэтому естественным выбором является расчет волатильности наиболее популярного общерыночного индикатора такого, как S&P500 в США или индекс РТС в России.

Существует несколько альтернативных способов измерения волатильности инструмента. Наиболее очевидным из них, конечно же, является вычисление стандартного отклонения (которое и является математическим определением термина «волатильность») по набору исторических значений за последние несколько дней, то есть реализованной волатильности. Небольшой модификацией этой методики является предварительный переход к логарифмам значений, поскольку именно их разности традиционно моделируют стационарными процессами.

Однако у этого подхода есть один серьезный (с точки зрения биржевых игроков) недостаток: таким образом можно изменить и описать только прошлое временного ряда. Но, образно выражаясь, участники рынка торгуют ожиданиями, а не фактами, то есть будущим, а не прошлым (вспомнить хотя бы известную поговорку «Покупай на слухах, продавай на фактах»). Кроме того, хорошо известно, что волатильность как случайный процесс имеет долгую память. В частности, если после месяца вялых движений рынок, наконец, сделал серьезный рывок, то логичнее предполагать, что в ближайшем будущем сила колебаний базового инструмента увеличится. Однако волатильность, рассчитанная по истории, этот факт никак учесть не сможет.

По этой причине куда более интересным с точки зрения заключенной в нем информации является другой показатель – подразумеваемая (implied) волатильность (IV) опционов на фьючерс, извлеченная из имеющихся на текущий момент биржевых котировок. Большой плюсом такого показателя является то, что котировки опционов позволяют делать выводы об *ожидаемой* участниками рынка средней волатильности до экспирации конкретной серии. Таким образом, вместо «факта» реализованной волатильности IV дает возможность видеть



Chicago Board Options Exchange (CBOE) -

Чикагская биржа опционов, самая крупная площадка по торговле этими производными в США. Была основана в 1973 году для организации торгов опционами на акции.



Кирилл ЗИМИН,
специалист управления риск-менеджмента Департамента Инфраструктурных проектов ФБ «РТС».



Александр БАЛАБУШКИН,
главный технолог Управления развития Национального Клирингового Центра



общерыночный консенсус-прогноз будущего. Вместе с тем, при анализе подразумеваемых волатильностей необходимо ответить на 2 новых вопроса. Во-первых, какое именно число считать «волатильностью серии» (ведь от страйка к страйку она меняется), во-вторых, как собрать эти «агрегированные волатильности» разных серий в один общий показатель, собственно, индекс?

Как найти волатильность серии?

Наиболее простым способом определения подразумеваемой волатильности конкретной котировки в определенном страйке является обращение формулы Блэка-Шоулза, то есть поиск того значения стандартного отклонения σ , которое при текущем уровне стоимости базового актива, времени до экспирации и безрисковой процентной ставки дает цену котировки. При этом хорошо известно, что вычисленные таким образом в любой отдельной серии подразумеваемые волатильности, нанесенные на график как функция страйка, имеют форму улыбки или ухмылки (односторонней улыбки), тогда как при логнормальной динамике базового актива, предполагаемой формулой Блэка-Шоулза, они должны ложиться на горизонтальную линию. Поэтому при движении по этому пути необходимо ответить на вопрос, как из набора IV, соответствующих разным

страйкам, собрать один интегральный показатель.

Методика VIX

Создатели оригинального индекса волатильности VIX в 1994 году поступили достаточно просто. Они в каждом страйке вычислили среднее арифметическое котировок бид и оффер, определили по этим значениям подразумеваемые волатильности и усреднили их, но только в страйках, ближайших к точке «денег» (текущему значению базового актива, при необходимости индексированному на безрисковую процентную ставку и дисконтированному на дивиденды). Такое решение, очевидно, предоставляет некоторую информацию об ожиданиях участников, однако имеет серьезный недостаток – привязку к использованию формулы Блэка-Шоулза, которая, в свою очередь, выведена из заведомо неадекватной реальному рынку модели геометрического броуновского движения с постоянной дисперсией. Среди других минусов этого показателя можно назвать то, что при выпуске фьючерсов на подобный индекс волатильности совершенно непонятно, каким образом маркетмейкеру покрывать свои риски. То есть приближенно воспроизводить противоположную позицию с помощью торгуемых опционов.

Именно поэтому большим шагом вперед оказалась разработка формулы свободной от модели волатильности. Она, как следует из названия, позволяет извлечь информацию об *ожидаемой средней* волатильности базового актива до экспирации опционной серии на основе справедливых цен контрактов этой серии в непрерывном диапазоне страйков от 0 до $+\infty$. При этом подход не опирается на какие-либо жесткие предположения о конкретном виде динамики базового актива. То есть в достаточно широком диапазоне диффузионных моделей, в том числе и со стохастической волатильностью, математическое ожидание средней дисперсии (то есть квадрата волатильности) за период до экспирации T имеет вид:

$$\sigma_T^2 = \frac{2}{T} \times \int_0^{+\infty} \frac{OTM_T(K)}{K^2} dK, \quad (1)$$

где $OTM_T(K)$ – «справедливая стоимость» инструмента «вне денег» (Out-of-The-Money, OTM) со страйком K , то есть опциона Put при K , меньшем либо равном «деньгам», и Call в противном случае.

Заметим, что приведенная формула относится к случаю, когда базовым активом является именно фьючерс, а не акция, и на рынке обращаются маржируемые опционы, то есть инструменты с фьючерсной системой расчетов. В противном случае в формуле появятся дополнительные множители. Также отметим, что выражение (1) означает интегрирование справедливых цен Put слева от точки «денег» (в описанных предположениях – цены базового фьючерса F) и Call – справа. Однако имеет с Call на Put в любой другой точке интервала $(0; +\infty)$, в результате чего в выражении появляется дополнительное слагаемое.

Формула (1) и ее обобщения являются основным теоретическим результатом, используемым в расчетах как индекса волатильности VIX Чикагской Опционной биржи, так и его российского аналога RTSVX. Однако открытым остается вопрос конкретной вычислительной реализации формулы (1), возможный ответ на который определяет достаточно серьезную разницу между этими двумя индикаторами. Например, нужно

определиться с тем, какими значениями заменить бесконечную верхнюю границу интегрирования, равно как и содержащую неопределенность подынтегральной функции (деление на ноль) нижнюю. Кроме того, необходимо дать трактовку понятию «справедливая стоимость» опциона, ведь на рынке стандартно доступны котировки бидов и офферов в различных страйках, причем часть из них может находиться очень далеко от любых разумных значений либо вовсе отсутствовать. Наконец, следует дать ответ, как заменить интеграл его дискретным аналогом – конечной суммой, в частности, с каким шагом и в каких точках будет проводиться суммирование.

Расчет волатильности серии при вычислении VIX производится в несколько этапов.

1. В каждом страйке, где есть и бид, и оффер опциона Call, вычисляется их среднее арифметическое. Данное значение используется как «справедливая стоимость» Call. Если хотя бы одной из котировок нет, последняя считается неопределенной.
2. Аналогично определяется справедливая стоимость опционов Put.
3. Находится страйк, в котором разница между справедливой стоимостью Call и Put минимальна (обозначим его K_0). В этом страйке в роли стоимости опциона «без денег» $OTM(K_0)$ (см. формулу (2) ниже) используется среднее арифметическое справедливых цен Call и Put.
4. От этого страйка производится последовательное движение в сторону увеличения цен исполнения до тех пор, пока не будут найдены два страйка подряд, в каждом из которых не определена справедливая стоимость Call (то есть, по сути, нет либо бид, либо оффера). Последний страйк перед этим участком назначается верхней границей суммирования (K_{max}).
5. Во всех страйках до него, где определена справедливая цена Call, в роли $OTM(K)$ используется эта справедливая стоимость. При ее отсутствии страйк в суммировании не участвует (за счет увеличения шага интегрирования $\Delta(K)$ в соседних страйках).
6. Аналогичные действия выполняются в сторону уменьшения страйков для Put, та-



Броуновское движение – видимое в микроскоп хаотическое перемещение очень малых частиц вещества под действием ударов молекул. Названо в честь английского ученого Броуна (1773-1858).



Страйк опциона – цена, по которой держателю опциона предоставляется право покупки или продажи базового актива.

ким образом, находится нижняя граница интегрирования (K_{min}).

7. Интеграл заменяется суммой по всем страйкам от K_{min} до K_{max} с определенной справедливой ценой $OTM(K)$. При этом подынтегральное выражение заменяется его дискретным аналогом – произведением функции $OTM(K)$, деленной на K^2 , и шага $\Delta(K)$.

8. Шаг $\Delta(K)$ вычисляется как половина расстояния между соседней ценой исполнения слева и соседней ценой исполнения справа, в которых функция $OTM(K)$ определена. Таким образом, в разных страйках могут быть разные $\Delta(K)$ в зависимости от того, определена ли справедливая стоимость опционов в соседних страйках.

За счет того, что «центральный» страйк K_0 не совпадает идеально с точкой «денег», а также за счет использования формулы для немаржируемых опционов, итоговый результат агрегированной волатильности серии при расчете VIX приобретает вид:

$$\sigma^2 = \frac{2e^{rT_{calendar}}}{T_{working}} \times \sum_K \frac{\Delta(K)}{K^2} OTM(K) - \frac{1}{T_{working}} \times (F/K_0 - 1)^2, \quad (2)$$

где F – текущая стоимость базового фьючерса, а $T_{working}$ и $T_{calendar}$ – «торговое» и календарное время до момента экспирации опционов (измеренные в долях «торгового» и календарного годов соответственно).

При этом подобное разделение времени на две системы исчисления связано с тем, что, как показывают исследования (см. [4]), волатильность порождается именно торговым, а не календарным временем. Последнее можно подтвердить, например, тем фактом, что ни гэп между пятницей и понедельником, ни размер колебаний в начале недели не превышают аналогичных показателей в другие дни. Вместе с тем, процент за пользование деньгами в банковской системе стандартно начисляется за календарные дни, и, следовательно, в коэффициентах дисконтирования или индексирования должно стоять время, измеренное именно в календарных днях.

Итак, абстрагировавшись от разницы формул (1) и (2), обусловленной немаржируемостью опционов (она вводит множи-

тель $e^{rT_{calendar}}$ в первое слагаемое), различием F и K_0 и усложнением, связанным с двумя системами расчета времени, окинем критическим взглядом эту методику. Из описанного выше алгоритма можно однозначно видеть, что данный подход является, с одной стороны, достаточно грубым в плане замены интеграла суммой, а с другой, весьма неустойчивым к действиям участников рынка (в том числе, возможно, и намеренным). Таким образом, методика будет давать адекватные результаты только в том случае, если выполняются приведенные ниже условия.

1. Имеются котировки практически во всех страйках, в которых цена опциона «без денег» существенно отлична от нуля («существенность» можно трактовать, например, как превышение премией опциона минимального шага цены базового актива или нескольких долей процента от стоимости опционов «на деньгах»).
2. Котировки не только присутствуют, но и, что даже более важно, достаточно близки к некоторому рыночному консенсусу относительно справедливой цены инструмента. Ведь с полным отсутствием бида или оффера методика умеет справляться, а вот в ситуации, когда при справедливой цене безденежного опциона равной, например, 100 стоит рыночный бид 90 и совсем далекий от рынка оффер 1000 (не было никакого котировки, и кто-то выставил заявку для развлечения или в расчете «на дурачка»), этот страйк во всех вычислениях участвовать будет. Но при этом величина $OTM(K)$ в нем окажется в 5 раз выше справедливой цены и способна серьезно повлиять на значение индекса волатильности.
3. Шаг между соседними страйками должен быть достаточно мал, чтобы замена непрерывного интегрирования на сумму не вела к серьезным искажениям результата. А узкий шаг между страйками, по сути, означает, что одновременно в серии их должно быть введено достаточно большое число.

Методика RTSVX

Проведенный анализ показывает, что описанная выше методика VIX, по сути, может применяться (то есть обеспечивать адекватные результаты вычислений и при этом



не давать достаточного простора для манипулирования) только на сверхликвидных рынках с большим количеством торгуемых страйков и маркет-мейкеров, поддерживающих в них узкий бид-оффер спрэд. По этой причине при разработке RTSVX было принято решение, по-прежнему опираясь на формулу (1), все же применить другую ее численную реализацию – более устойчивую, но при этом сильнее привязанную к российской практике и реалиям.

Прежде всего, вся система риск-менеджмента FORTS опирается на достаточно долго разрабатываемый и к настоящему моменту уже довольно хорошо отлаженный механизм аппроксимации подразумеваемых волатильностей котировок с помощью шестипараметрической кривой (с параметрами A, B, C, D, E и $x0$)

$$\sigma = f(K, F, T, x0, A, B, C, D, E) = A + B \times (1 - e^{-Cy^2}) + D \times \frac{\arctg(E \times y)}{E}, \quad (3)$$

где y – это нормированная по времени удаленность страйка от «денег», сдвинутая на $x0$:

$$y = \frac{1}{\sqrt{T}} \ln\left(\frac{K}{F}\right) - x0. \quad (4)$$

При этом параметры кривой с помощью специальных алгоритмов подбирают-

ся таким образом, чтобы в каждом страйке она по возможности проходила между подразумеваемыми волатильностями имеющихся бидов и офферов (неважно, Call или Put). Во всех расчетах используется формула Блэка для маржируемых опционов на фьючерсы (она совпадает с формулой Блэка-Шоулза при использовании в последней нулевой процентной ставки). Кроме того, на российском рынке у профучастников пока не сложилось единого мнения по поводу правильного исчисления времени (по рабочим или по календарным дням/часам). Поэтому на текущий момент во всех биржевых расчетах используется исторически сложившийся подход на основе календарного времени.

Использование улыбки (3), по сути, является насыщенной необходимостью в условиях «редкого» рынка, то есть ситуации, когда имеющиеся в некоторых страйках заявки находятся достаточно далеко от значений, которые было бы логично считать справедливой стоимостью на основе котировок в других страйках. Безусловно, сама по себе осмысленность расчета индекса волатильности на «редком» рынке способна вызвать серьезные вопросы. Однако в реальности на наиболее ликвидных сериях опционов (прежде всего, в опционах на фьючерс на индекс РТС) работает сразу несколько маркет-мейкеров, за счет чего, по крайней мере, в



некотором диапазоне страйков в окрестности точки «денег» текущие котировки определены достаточно надежно.

Таким образом, для ликвидных инструментов механизм аппроксимации, по сути, решает задачи определения справедливых цен за пределами диапазона маркет-мейкерского котирования. Однако применительно к задаче расчета индекса волатильности данный механизм дополнительно предоставляет еще одну весьма приятную возможность. Действительно, если при отсутствии аппроксимации замена интеграла (1) суммой вынужденно осуществляется с шагом суммирования $\Delta(K)$ никак не менее расстояния между страйками (в промежутках просто нет никакой информации), то наличие непрерывной кривой $\sigma = f(K, \dots)$ позволяет, применив формулу Блэка, вычислить справедливую стоимость безденежного опциона для любого положительного значения K .

При замене бесконечных границ интегрирования конечными из соображений устойчивости методики было решено воспользоваться подходом, отличным от методики VIX. Чтобы логика замены была яснее, следует перейти от интегрирования по страйку к какой-либо нормированной величине, имеющей ясный математический смысл. В качестве такой величины была выбрана нормированная по времени удаленность страйка от «денег»:

$$x = \frac{1}{\sqrt{T}} \ln\left(\frac{K}{F}\right) \quad (5)$$

(таким образом, u из формулы (4) может быть записан как $y = x - x_0$). Заметим, что x/σ – это удаленность страйка от «денег», измеренная в приведенных к сроку до экспирации стандартных отклонениях. В частности, если бы динамика фьючерсов действительно следовала экспоненте броуновского движения (как это предполагает модель Блэка-Шоулза), то x/σ можно было бы ограничить изменением в диапазоне от -3 до $+3$ (правило «трех сигм»). Однако в реальности приращение процесса имеют тяжелые хвосты, да и измеряется сама волатильность, так что выражать через нее границы интегрирования нежелательно (хотя далее в одном месте будет использо-



ваться ее оценка). Поэтому, отталкиваясь от того факта, что (годовая) волатильность σ для фьючерсов на акции практически всегда оказывается меньше единицы (значения более 100% годовых наблюдались только на ближайших сериях в разгар кризиса 2008 года) и закладываясь с гарантированным запасом, было решено установить границы интегрирования по x от -10 до $+10$.

С учетом формулы замены переменных под интегралом и введенных ограничений на диапазон изменения x выражение (1) принимает вид:

$$\sigma_T^2 = \frac{2}{F\sqrt{T}} \left(\int_{-10}^0 P(x) e^{-x^2/T} dx + \int_0^{+10} C(x) e^{-x^2/T} dx \right). \quad (6)$$

В реальных вычислениях интеграл заменяется дискретной суммой по формуле трапеций с шагом приращения $\Delta x = 0,001$.

Остался последний нюанс, связанный со значениями $C(x)$ и $P(x)$. Действительно, в качестве хорошей стартовой идеи можно предположить, что $C(x)$ и $P(x)$ – справедливые стоимости Call и Put, найденные по кривой (3) независимо от значения x . Такая методика, безусловно, оказалась бы более устойчивой на «редком» рынке, чем оригинальный VIX, однако и она содержала бы серьезный недостаток при применении у нас в настоящее время.

Так, маркет-мейкеры котировали лишь ограниченный диапазон страйков вокруг «денег». За его пределами может про-

исходить «что угодно», включая полное отсутствие котировок. В таких условиях биржевая кривая может пройти в этом «вакууме» совершенно произвольным образом, и это абсолютно естественно, ведь для нее там нет никаких данных. При этом, чем дальше мы будем отходить от границы маркет-мейкерского диапазона, тем больше у кривой будет потенциальной свободы.

Поэтому, если проводить расчеты на основе справедливой кривой независимо от x , эти «болтающиеся хвосты» улыбок могут в заметной степени повлиять на значение индекса. Чтобы избежать этого, было решено разделить диапазон маркет-мейкерского котирования и остальную часть области изменения x . При этом $C(x)$ и $P(x)$ определяются непосредственно по значениям волатильности кривой $\sigma(x)$ из формулы (3) только в пределах маркет-мейкерского диапазона (обозначим его нижней и верхней границы как x_{lower} и x_{upper}). А за его границами мы заменяем значения волатильности кривой (3) на константу $\sigma(x_{lower})$ или $\sigma(x_{upper})$ в зависимости от того, за какой из этих границ находится рассматриваемая точка. Таким образом, в реальной методике $C(x)$ и $P(x)$ находятся исходя из улыбки волатильности, усеченной константами в точках x_{lower} и x_{upper} .

Границы маркет-мейкерского диапазона в рамках методики определяются из следующих соображений. С одной стороны, логично, что котлируемые страйки должны иметь ненулевую вероятность попадания в них к экспирации. Наиболее адекватным и устойчивым способом оценки этих границ показалось измерение в терминах числа стандартных отклонений от точки «денег». Было решено взять границы от -2 до $+2$ стандартных отклонений, а в качестве его оценки использовать устойчивую величину $\sigma(0)$ (устойчивость связана с тем, что в окрестности «денег» обычно проходит существенный объем сделок, и манипулирование в этой точке крайне затруднительно).

С другой стороны, маркет-мейкерский договор не может предполагать котирование неограниченного числа страйков, обычно их число фиксировано. В качестве разумной оценки был взят диапазон

от -20% до $+20\%$ от текущей цены фьючерса, поскольку биржа не заинтересована в котировании более узкого диапазона на протяжении большей части жизни серии. Вообще, в последние дни перед экспирацией договор может допускать сужение диапазона котирования (что логично), но для независимости вычислений от конкретных договоренностей предполагается, что это сужение учитывается частью методики, описанной в предыдущем абзаце.

Из двух границ в каждый момент времени будет использоваться та, которая находится ближе к текущей точке «денег». Таким образом, формулы расчета границ котирования приобретают следующий вид:

$$x_{lower} = \max\left(-2 \times \sigma(0), \frac{1}{\sqrt{T}} \ln(1 - 0,2)\right),$$

$$x_{upper} = \min\left(+2 \times \sigma(0), \frac{1}{\sqrt{T}} \ln(1 + 0,2)\right).$$

Описание и обоснование этих формул завершает изложение методики расчета агрегированной волатильности отдельной серии. А в следующем номере F&O мы обсудим вопрос, как собрать из волатильностей серий итоговый индекс волатильности. **F&O**

Окончание читайте в следующем номере.

литература

- [1] Britten-Jones M., Neuberger A. Option prices, implied price processes, and stochastic volatility. Journal of Finance, 55(2000), pp. 839-866.
- [2] Demeterfi K, Derman E., Kamal M., Zou J. More than you ever wanted to know about volatility swaps. Goldman Sachs Quantitative Strategies Research Notes, 1999.
- [3] Натенберг Ш. Опционы: Волатильность и оценка стоимости. Стратегии и методы опционной торговли. М.: Альпина Бизнес Букс, 2007.
- [4] Халл Дж.К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. 6-е изд. М.: Вильямс, 2007.



Андрей АГАПОВ,
количественный аналитик
по дериватам БД «Открытие»,
agapov@open.ru



Максим ПОЗНЯК,
заместитель генерального ди-
ректора по вопросам технологий
БД «Открытие», pozniak@open.ru

Российский индекс волатильности RTSVX: комментарии разработчиков

[Андрей АГАПОВ, Максим ПОЗНЯК, Кирилл ЗИМИН, Александр БАЛАБУШКИН]

До конца текущего года биржа РТС планирует начать расчет и трансляцию нового для России индикатора фондового рынка – индекса волатильности РТС, получившего название RTSVX. В предыдущем номере F&O мы изложили первый шаг построения этого достаточно непростого инструмента – алгоритм вычисления агрегированных волатильностей отдельных серий опционов. В этом номере обсуждается вторая и заключительная часть методики – правило их «сборки» в итоговый интегральный показатель, то есть индекс волатильности. Как и в первой части, мы придерживаемся сравнительного ключа изложения, объясняя сходства и различия с общепризнанным мировым «эталоном» – индексом волатильности VIX Чикагской опционной биржи CBOE.



Окончание. Начало см. F&O №10, 2010,
стр. 72

Как собрать волатильности серий в индекс?

В предыдущем номере F&O мы описали принципы, по которым каждой из торгуемых серий ставится в соответствие одно число, для ясности называемое «агрегированной волатильностью» этой серии (чтобы не возникало путаницы с подразумеваемой волатильностью в отдельных страйках той же серии). В результате, на данном этапе построения в нашем распоряжении есть последовательность пар «срок до экспирации – агрегированная волатильность»: T_1, T_2, \dots, T_M , где M – общее число торгуемых серий с данным базовым

Алгоритм – последовательность определенных действий или шагов для решения поставленной задачи.

активом. При этом для удобства рассуждений будем вести нумерацию в порядке увеличения срока до экспирации. Нашей задачей является вычисление по этому набору одного интегрального показателя – собственно индекса волатильности.

Однако перед обсуждением алгоритма построения как такового следует прояснить один важный вопрос. Дело в том, что со временем предполагается ввести фьючерсы на RTSVX, как это было сделано в 2004 году на CBOE. И, как мы сейчас продемонстрируем, существование контрактов на индекс волатильности накладывает определенные ограничения на его возможную конструкцию.

Безусловно, основная целевая аудитория этого инструмента – участники

торгов, имеющие различные опционные позиции и желающие захеджировать риск изменения рыночной волатильности. При этом у каждого из них, очевидно, может быть совершенно произвольное сочетание купленной и проданной волатильности в разных сроках до экспирации T_1, T_2, \dots, T_M , равно как и размер соответствующего риска (стандартно он определяется величиной «вега» – производной стоимости позиции по волатильности). Поэтому совершенно естественно, что трейдер захочет захеджировать вега-риск каждой серии *по отдельности*.

В каком случае производные на индекс волатильности позволят ему это сделать? Очевидно, что это возможно только в ситуации, когда на момент экспирации

какого-либо фьючерса значение этого индекса совпадает с агрегированной волатильностью одной из торгуемых серий. Тогда каждый из фьючерсов, по сути, одновременно является контрактом на волатильность отдельной опционной серии. А это означает, что есть возможность захеджировать изменение волатильности в любой серии вне зависимости от позиции в других.

Итак, мы выяснили, что построение индикатора невозможно без привязки к исполнению фьючерсов на него. Таким образом, исходя из их необходимого срока жизни, получаем соответствующие ограничения на сам индекс. Обсудив этот немаловажный вопрос, можно перейти непосредственно к построению. При



Кирилл ЗИМИН,
специалист управления риск-менеджмента Департамента инфраструктурных проектов ФБ РТС



Александр БАЛАБУШКИН,
главный технолог Управления развития Национального Клирингового Центра

этом, как и в предыдущей части статьи, в качестве отправной точки рассуждений опишем решение биржи СВОЕ, реализованное в технологии VIX.

Методика VIX

Подход Чикагской опционной биржи основан на единственной предпосылке: индекс волатильности VIX всегда должен отражать ожидания инвесторов относительно средней ожидаемой волатильности за следующие 30 дней. В момент введения новой методики расчета VIX в 2003 году опционы на фьючерс на индекс S&P500 экспирировались один раз в месяц. Хотя в 2005-м СВОЕ дополнительно ввела серии опционов с истечением каждую неделю (*weeklys*), они по причине короткого срока активной торговли в VIX включены не были. Таким образом, для расчета в каждый момент времени по-прежнему используется одна серия со сроком до экспирации порядка 30 дней или меньше и еще несколько серий, но уже с большим временем жизни (последующие месяцы истечения). Из каких соображений в этом случае можно построить оценку волатильности на срок ровно в 30 дней?

Во-первых, заметим, что приведенная к величине периода дисперсия (квадрат волатильности) обладает свойством аддитивности. То есть, если в течение нескольких (допустим, Q) равных периодов приведенная к длине временного отрезка дисперсия составляла $\sigma_1, \dots, \sigma_Q$, а приращение некоррелированы, то дисперсия приращения за весь период равна $\sigma_1^2 + \dots + \sigma_Q^2$. Соответственно, средняя дисперсия за один период равна $(\sigma_1^2 + \dots + \sigma_Q^2)/Q$. Таким образом, проводя те или иные рассуждения о волатильности (которая есть не что иное, как квадратный корень из дисперсии) за несколько периодов различной длины, необходимо сначала перейти к дисперсии, проделать с ней необходимые операции, а затем вернуться к волатильности.

При этом «приведение к длине периода» имеет следующий смысл. Если годовая волатильность составляет 35%, или 0.35, то годовая дисперсия равна 0.35^2 . Следо-

вательно, средняя дневная волатильность составляет $0.35^2/365$, а средняя однодневная $-0.35^2/\sqrt{365}$.

Во-вторых, если известна только средняя волатильность (и, следовательно, дисперсия) за несколько периодов T_1, T_2, \dots, T_M , то, очевидно, необходимы дополнительные предположения о структуре волатильности между этими временными точками. Создатели VIX в этом вопросе решили следовать бритве Оккама, то есть не плодить лишних сущностей. Они предположили, раз уж на временных интервалах $0 < t \leq T_1, T_1 < t \leq T_2, \dots, T_{M-1} < t \leq T_M$ нет никакой дополнительной информации, будет наиболее разумным считать волатильность на каждом из этих отрезков постоянной. В частности, из этого следует, что для ее вычисления в точке $t = 30$ дней не используются никакие данные, кроме волатильностей σ_1 и σ_2 , соответствующих двум ближайшим к экспирации сериям (так как $T_2 \geq 30$).

После этого ситуация сводится к простой школьной задаче, которую даже можно сформулировать в привычных «школьных» терминах: за первые T_1 дней путешествия туристы проходили в среднем $\sigma_1^2/365$ километров в день, а за срок $T_2 > T_1$ их средняя скорость составила $\sigma_2^2/365$ километров в день. При этом в каждый из периодов до срока T_1 и после него их скорость была постоянна. Какова средняя скорость туристов (это искомая величина $VIX^2/365$) за первые 30 дней пути при том, что $T_1 < 30 \leq T_2$? Ответом, как несложно убедиться, будет формула линейной интерполяции:

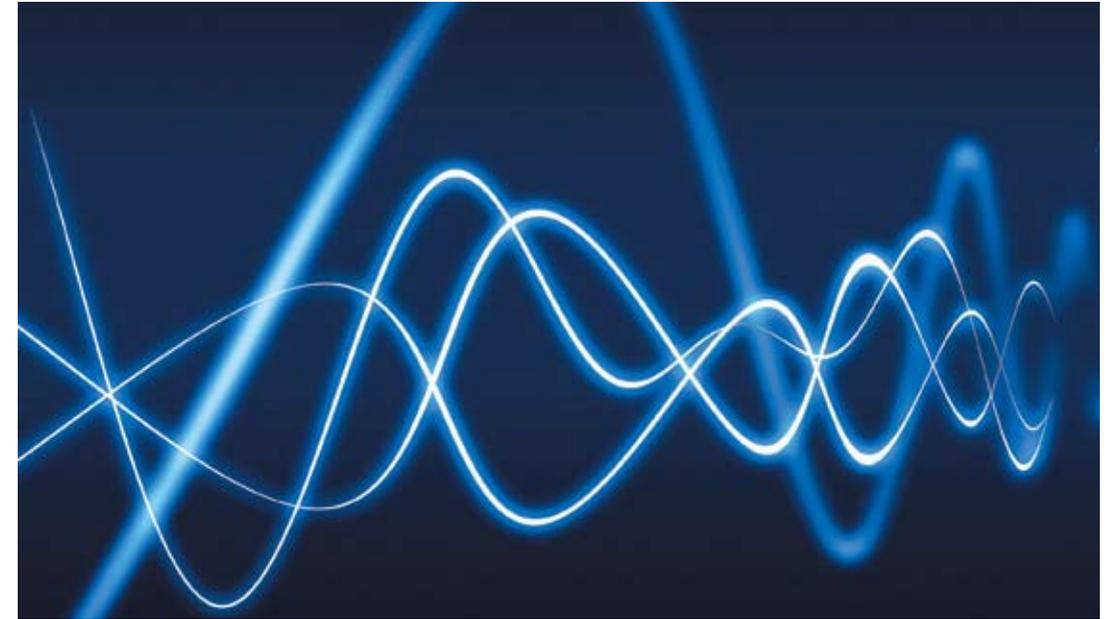
$$\frac{VIX^2}{365} = \frac{1}{30} \times \left(T_1 \sigma_1^2 \times \frac{T_2 - 30}{T_2 - T_1} + T_2 \sigma_2^2 \times \frac{30 - T_1}{T_2 - T_1} \right).$$

Поскольку, как уже обсуждалось в первой части статьи, при нахождении волатильности реально используется торговое, а не календарное время, а сам VIX измеряется в процентах волатильности, окончательная формула претерпевает

Бритва Оккама – методологический принцип, получивший название по имени английского монаха-францисканца, философа-номиналиста Уильяма Оккама (1285–1349).



В упрощенном виде он гласит: «Не следует множить сущее без необходимости». Этот принцип также называют принципом бережливости или законом экономии.



соответствующие модификации и принимает вид

$$VIX = 100 \times \sqrt{\left(T_1 \sigma_1^2 \times \frac{N_{T_2} - N_{30}}{N_{T_2} - N_{T_1}} + T_2 \sigma_2^2 \times \frac{N_{30} - N_{T_1}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right) \times \frac{N_{365}}{N_{30}}}, \quad (1)$$

где N – количество торговых минут в соответствующем периоде.

На самом деле, в методике VIX есть один дополнительный нюанс, на котором хотелось бы остановиться подробнее. Когда срок до экспирации серии становится меньше некоторой критической величины (в случае VIX это 7 дней), она начинает рассматриваться как непригодная для дальнейших вычислений агрегированной волатильности, поскольку ликвидность падает, как и число реально торгуемых страйков. Поэтому при $T_1 = 7$ ближайшая серия выбывает из рассмотрения, а вместо нее в расчет индекса начинают входить сроки T_2 и T_3 , каждый из которых превышает 30 дней.

Если вернуться к «школьной задаче», приведенной выше, ее решение должно

отличаться от формулы (1). Ведь если туристы идут T_1 дней со скоростью $\sigma_1^2/365$ и при этом $T_1 > 30$, то их средняя скорость за первые 30 дней, очевидно, также составляет $\sigma_1^2/365$ километров в день. Однако (видимо, с целью унификации вычислений) при расчете VIX формула (1) используется и после перехода на следующую пару серий – для сроков T_2 и T_3 и волатильностей σ_2 и σ_3 соответственно.

Стоит отметить, что момент перехода совершенно очевидно должен сопровождаться скачком индекса. Однако, как сообщил известный специалист по опционам, автор книги [3] Шелдон Натенберг в частной беседе одному из авторов, в реальности этот скачок практически никогда не заметен. Последнее может свидетельствовать об эффективности рынка, проявляющейся, в частности, в несущественном различии между агрегированными волатильностями трех ближайших серий опционов.

Наконец, возвращаясь к поднятому ранее вопросу ограничений, накладываемых окончанием срока обращения фьючерса, можно отметить, что контракты на индекс волатильности исполняются за



Эффективный рынок – гипотетический рынок, на котором вся существенная информация немедленно и в полной мере отражается на котировках торгуемых активов. Различают слабую, среднюю и сильную формы гипотезы эффективного рынка.



Аппроксимация – приближенное представление сложной функции с помощью более простых, что ускоряет и упрощает решение задач.

два рабочих дня до истечения опционных серий. А это значит, что на момент экспирации индекс действительно достаточно близок (хотя и не равен в точности) к агрегированной волатильности серии с истечением в следующем месяце. Таким образом, вегу, например, ноябрьской серии можно достаточно качественно застраховать октябрьским фьючерсом на VIX. При этом последний месяц жизни опционов остается незахеджированным, но с учетом достаточно долгого существования каждой серии (индексные опционы начинают активно торговаться за 6-9 месяцев до экспирации) этот последний одномесячный период представляется вполне умеренной платой за существование инструмента.

Методика RTSVX

При построении российского индекса волатильности необходимо было учесть имеющиеся на текущий момент реалии рынка. В первую очередь, к ним относятся: 1. Короткий срок жизни серий. По сути, ликвидность в квартальных опционах появляется только вблизи экспирации предыдущей квартальной серии, то есть они имеют срок активной жизни порядка 3 месяцев. Аналогично, месячные серии становятся ликвидными только за несколько дней до экспирации предыдущего месяца, и срок активной торговли ими составляет 30-35 дней. 2. Как следствие, в течение последнего месяца жизни квартальных контрактов они являются единственными активно торгуемыми.

В качестве иллюстрации второго пункта можно привести статистику сделок за 2 сентября 2010 года по опционам на фьючерс на индекс РТС (13 дней до экспирации сентябрьской квартальной серии). Число сделок с инструментами с истечением в сентябре, октябре и декабре составило 8667, 682 и 579 соответственно. Эта же разница, измеренная в количестве контрактов, еще разительнее: 70990, 2100 и 3606. Можно отметить, что в те месяцы, когда ближайшие квартальная и месячная серии различаются, их ликвидность примерно сравнима, но даже четырех месяцев

Адекватность

– соответствие модели моделируемому объекту или процессу. В какой-то мере условное понятие, так как полного соответствия модели реальному объекту быть не может, иначе это была бы не модель, а сам объект.

в году с единственной «надежной» серией, очевидно, недостаточно.

Эта ситуация подтолкнула разработчиков к не очень радостному, но необходимому решению отойти от разумной в целом технологии аппроксимации между двумя ближайшими сериями в пользу использования данных только по одной из них. Очевидно, в таком случае индекс уже не может отражать прогноз волатильности на некоторое фиксированное число дней вперед (как это было с 30 днями у VIX). Вместе с тем, использование только ликвидной серии делает его более устойчивым к возможным манипуляциям, равно как и к случайным колебаниям рынка.

Таким образом, было принято решение остановиться на следующем алгоритме. В качестве индекса волатильности используется агрегированная волатильность ближайшей серии до того момента, когда она начинает терять репрезентативность (в смысле, описываемом далее). После этого в течение некоторого периода времени осуществляется переход на агрегированную волатильность следующей серии. При этом, руководствуясь той же бритвой Оккама, было решено сделать переход линейным в терминах дисперсии.

Как уже отмечалось, потенциальный ввод в обращение фьючерсов на индекс волатильности накладывает дополнительные ограничения. На момент исполнения контракта на RTSVX базовый индикатор должен совпадать с агрегированной волатильностью ближней серии. А поскольку сами серии живут недолго, крайне желательно, чтобы и упомянутый фьючерс исполнялся как можно ближе к экспирации опционов. Поэтому вполне логичным выбором даты окончания обращения контракта является последний день репрезентативности ближней серии (то есть день, после которого начинается линейный переход индекса на волатильность следующей серии).

Таким образом, момент перехода является, по сути, компромиссом между адекватностью агрегированной волатильности и продолжительностью жизни

фьючерса. Действительно, для того, чтобы агрегированная волатильность ближайшей серии была репрезентативна, необходимо, чтобы в ее расчете участвовало достаточное число страйков, в которых идет активная торговля. С этой точки зрения, переход на следующую серию имеет смысл делать по возможности раньше, что конфликтует с логикой как можно более долгого срока жизни фьючерса на индекс волатильности. Взвесив эти два аргумента, разработчики пришли к выводу, что компромиссом станет начало перехода на волатильность следующей серии за 12 календарных дней до экспирации ближайшей серии. При этом сам переход занимает еще 6 календарных дней.

Итоговый алгоритм таков. В качестве RTSVX используется агрегированная волатильность ближайшей серии, пока не остается 12 дней до ее экспирации. В этот момент исполняется фьючерс на индекс волатильности. Затем в течение шести календарных дней квадрат RTSVX определяется линейным переходом с квадрата волатильности ближайшей серии на квадрат волатильности следующей, и за шесть дней до экспирации ближней серии RTSVX впервые оказывается равен волатильности следующей серии. После чего уже последняя начинает играть роль ближайшей, пока до ее экспирации не останется 12 дней. Затем цикл начинается заново.

Данное построение завершает описание методики расчета российского индекса волатильности RTSVX. Стоит еще раз подчеркнуть, что описанная реализация во многом оказалась продиктована текущими реалиями отечественного рынка, в первую очередь, уровнем ликвидности опционных серий и сроками активной торговли ими. Вместе с тем, мы искренне надеемся, что в не очень отдаленном будущем рост российского рынка производных инструментов сделает эти факторы менее значимыми.

Когда этот момент наступит, имеет смысл вновь обратиться к технологии расчета RTSVX и пересмотреть ее на предмет отказа от вводимых в настоящее



время вынужденных ограничений на соответствие мировым аналогам. Другим возможным вариантом может стать сохранение описанного в статье инструмента с одновременным введением отличающихся принципами построения альтернатив. Последний вариант может стать наиболее предпочтительным, так как, по сути, позволит, аналогично СВОЕ, предложить участникам торгов целую линейку инструментов, привязанных к волатильности. В результате, каждый участник рынка фьючерсов и опционов сможет выбрать продукт, наиболее подходящий для реализации его собственной инвестиционной, хеджирующей или спекулятивной стратегии.

F&O

литература

- [1] Britten-Jones M., Neuberger A. Option prices, implied price processes, and stochastic volatility. *Journal of Finance*, 55(2000), pp. 839-866.
- [2] Demeterfi K., Derman E., Kamal M., Zou J. More than you ever wanted to know about volatility swaps. *Goldman Sachs Quantitative Strategies Research Notes*, 1999.
- [3] Натенберг Ш. Опционы: Волатильность и оценка стоимости. Стратегии и методы опционной торговли. М.: Альпина Бизнес Букс, 2007.
- [4] Халл Дж.К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. 6-е изд. М.: Вильямс, 2007.